

Höhere Bürgerschule Bretten.

Classe *IV*

Unterrichts-Gegenstand:

Algebra

Schüler: *Carl Weingärtner*

1874

Von den Potenzen.

1. Ein Product wird durch seinen gleichnamigen Factor
heißt eine Potenz. Dieser der gleichnamigen Factor
heißt die Basis, Grundzahl u. Exponent, und
die Zahl, welche die Anzahl der gleichnamigen Factor
angebt, der Exponent der Potenz. In der
Potenz a^n ist a die Basis und n der
Exponent.

2. Macht man eine Zahl zu einem oder
Factor um, so erfüllt man die zweite
Potenz oder das Quadrat dieser Zahl;
denn gleichnamigen Faktoren die dritte
Potenz u. s. w. die dritte Potenz wird
wird der Kubus dieser Zahl genannt.

3. Gleiche Potenzen sind solche, die aus gleichen
Faktoren der Grundzahlen, oder aus gleichen
Exponenten der Basis hervorgehen; gleich
sind; Gleichartig heißen sie, wenn sie
aus einerlei Grundzahlen, und un-

manif, wenn sie nicht mehr als einmal
 sein.

4, die Potenzen werden nachfolgendermaßen
 benutzt in Potenz, Subtraktion, Addition,
 und Subtraktion in Null-Potenz man
 erhält. z. B.

Potenz Potenzen: a^3, b^3, x^3 ;
 Subtraktion " : a^3, b^3, x^3 ;
 Addition " : b^3, a^3, x^3 ;
 und Subtraktion " : b^{-3}, a^{-3}, x^{-3} ;
 5, ein Produkt wird potenziert, indem
 man das Produkt der Potenzen der
 einzelnen Faktoren bildet. Potenzierung
 eines Produkts ist Potenzierung eines
 jeden Faktors. z. B.

$$(abc)^3 = a^3 b^3 c^3$$

Lebens. $(abc)^3 = abc.abc.abc = aaa.bbb.$
 $ccc = a^3 b^3 c^3$;

6, ein Quotient wird potenziert, wenn
 man sowohl den Zähler als auch
 den Nenner potenziert.

$$(a)^4 = \frac{a^4}{1^4};$$

Lebens. $(a)^4 = \frac{a.a.a.a}{b.b.b.b} = \frac{aaaa}{bbbb} = \frac{a^4}{b^4}$;

Addition und Subtraction der Potenzen.

§. Regel für gleich und ungleich
Potenzen zu addiren und zu subtrahiren
für die Addition und Subtraction
von gleichartigen Potenzen
Resultat.

Beispiele.

1. $3a^4 + 7a^4 = 10a^4;$
2. $5a^2b^3 + 7a^2b^3 = 12a^2b^3;$
3. $14x^8 - 3x^8 = 11x^8;$
4. $6m^3n^3 - 14m^3n^3 = -8m^3n^3;$
5. $4a^m - 3b^n + 8a^m - 7b^n = +12a^m - 10b^n;$
6.
$$\begin{array}{r} 3a^3 - 4b^5 + 10c^2 \\ 8a^3 - 7b^5 + 14c^2 \\ 5a^3 + 9b^5 - 12c^2 \\ \hline 16a^3 - 2b^5 - 7c^2; \end{array}$$

§. $4a^n + 5a^n - 6a^n = 3a^n;$

$$8, 8x^3 - 7y^4 + 9x^3 + 12y^4 = 17x^3 + 5y^4;$$

$$9, 15a^3 + 7b^3 - 9c^3 + 8d^4$$

$$-(6a^3 - 3b^3 - 9c^3 - 7f^6)$$

$$9a^3 + 10b^3 + 8d^4 + 7f^6.$$

$$10, 6a^5 - 7b^6 + 8c^3$$

$$-(4a^5 - 9b^6 - 18c^3)$$

$$2a^5 + 2b^6 + 26c^3.$$

$$11, (abc)^2 = abc \cdot abc = aa \cdot bb \cdot cc = a^2 b^2 c^2;$$

$$(abce)^2 = abce \cdot abce = aa \cdot bb \cdot cc \cdot dd = a^2 b^2 c^2 d^2;$$

$$(abc)^x = a^x \cdot b^x \cdot c^x;$$

$$12, \left(\frac{m}{n}\right)^2 = \frac{m}{n} \cdot \frac{m}{n} = \frac{mm}{nn} = \frac{m^2}{n^2};$$

$$\left(\frac{m}{n}\right)^x = \frac{m^x}{n^x};$$

$$13, a^2 + a^2 = 2a^2;$$

$$2a^2 + a^2 = 3a^2;$$

$$na^2 + a^2 = (n+1)a^2;$$

$$ma^x + na^x = (m+n)a^x;$$

$$4a^3 - a^3 = 3a^3;$$

$$ma^x - na^x = (m-n)a^x;$$

$$14, 7a^2 + 5a^2 + 3a^2 = 15a^2$$

$$ma^2 - nb^3 = (ma^2 - nb^3)$$

$$ax^2 + bx^2 - cx^2 = (a+b-c)x^2;$$

$$9a^5 + 7a^5 - 6a^5 - 4a^5 = 6a^5;$$

$$a^4 - 2b^3 + a^2 - b^3 + a = a^4 - 3b^3 + 2a^2;$$

$$a^2 + b^3 - 4\frac{1}{4}a^2 + 2b^3 = -3\frac{1}{4}a^2 + 3b^3;$$

$$15, 2ax^n - 3bx^n - x^n + 4dx^n = (2a - 3b - 1 + 4d)x^n;$$

$$16, 3a^{-7} + 10a^{-7} - 5a^{-7} + a^2b = 8a^{-7} + a^2b;$$

$$17, \frac{6a^2}{b^3} - \frac{8a^2}{b^3} + \frac{12a^2}{b^3} + 8a^5 = \frac{10a^2 + 8a^5}{b^3};$$

$$\frac{a}{a+c} + \frac{c}{a-c} = \frac{a^2 - ac + ac + c^2}{ac - c^2} = \frac{a^2 + c^2}{ac - c^2};$$

$$\frac{ax}{a^2 - x^2} - \frac{a-x}{a+x} = \frac{ax - (a^2 - 2ax + x^2)}{a^2 - x^2} =$$

$$= \frac{-a^2 + 3ax - x^2}{a^2 - x^2};$$

$$18, \frac{7x^2}{y^2} - 3\frac{x^2}{y^2} - 5\frac{xy}{y^2} + \frac{x^2}{y^2} = \frac{5x^2 - 5bxc - x^2}{y^2}$$

$$19, a^m - 3a^{m-1} = (a^m - a - 3a^{m-1} - 1);$$

$$20, a^m - a^{m-1}b = (a - b)a^{m-1}$$

$$21, -2a^m + 3a^{m-1}b = -(2a-3b)a^{m-1};$$

$$22, -ax^{-n} + bx^{-n} - 3ax^{-n} + \frac{5}{2}dx^{-n} = (a+b-3+\frac{5}{2}d)ax^{-n};$$

$$\begin{array}{r} 23, (3\frac{2}{3}/\frac{8}{12})a^3 - 4\frac{1}{6}/\frac{8}{12}a^2x - \frac{3}{8}/\frac{8}{12}ax^2 - \frac{1}{12}/\frac{8}{12}x^3 \\ - (5\frac{1}{4}/\frac{12}{12})a^3 + \frac{5}{6}/\frac{12}{12}ax^2 - \frac{15}{16}/\frac{12}{12}x^3 \\ - (2\frac{5}{8}/\frac{12}{12})a^3 + \frac{3}{4}/\frac{12}{12}a^2x - \frac{5}{24}/\frac{12}{12}ax^2 + \frac{3}{32}/\frac{12}{12}x^3 \\ + (\frac{1}{6}/\frac{12}{12})a^2x - \frac{2}{3}/\frac{12}{12}x^3 \\ \hline - 3\frac{47}{60}a^3 - 4\frac{2}{9}a^2x + 1\frac{14}{96}x^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24, (3\frac{1}{2}/\frac{6}{12})a^6x - 5\frac{1}{3}/\frac{6}{12}a^5x^2 + 1\frac{1}{4}/\frac{6}{12}a^4x^3 - 2\frac{1}{5}/\frac{6}{12}a^3x^4 - 16\frac{1}{2}/\frac{6}{12}a^2x^5 + \frac{1}{4}/\frac{6}{12}ax^6 \\ + (2\frac{1}{3}/\frac{12}{12})a^6x^4 + 1\frac{1}{6}/\frac{12}{12}a^4x^2 - 6\frac{1}{6}/\frac{12}{12}a^3x^4 - 2\frac{1}{3}/\frac{12}{12}ax^6 \\ - (4\frac{1}{4}/\frac{12}{12})a^6x + 4\frac{2}{3}/\frac{12}{12}a^5x^2 - 4\frac{1}{3}/\frac{12}{12}a^4x^3 + 2\frac{1}{3}/\frac{12}{12}a^3x^4 - \frac{1}{3}/\frac{12}{12}ax^6 \\ \hline 1\frac{5}{12}a^6x - 9\frac{11}{12}a^5x^2 + 12\frac{25}{36}a^4x^3 - 11\frac{1}{30}a^3x^4 - 16\frac{1}{2}a^2x^5 - 1\frac{23}{24}ax^6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25, (2\frac{1}{4}/\frac{3}{12})b^5 - 4\frac{3}{4}/\frac{3}{12}b^4 + \frac{1}{6}/\frac{3}{12}b^3 - 5\frac{1}{2}/\frac{3}{12}b^2 + 6\frac{2}{3}/\frac{3}{12}b - \frac{3}{8}/\frac{3}{12} \\ + (2\frac{5}{8}/\frac{12}{12})b^5 + 1\frac{1}{2}/\frac{12}{12}b^4 - 3\frac{5}{8}/\frac{12}{12}b^3 + 2\frac{1}{2}/\frac{12}{12}b^2 - 4\frac{7}{12}/\frac{12}{12}b \\ - (3\frac{5}{12}/\frac{12}{12})b^4 + 6\frac{1}{2}/\frac{12}{12}b^3 + 2\frac{1}{4}/\frac{12}{12}b^2 - 2\frac{1}{2}b + 5\frac{1}{3}/\frac{12}{12} \\ \hline (4\frac{2}{3}b^5 - 3\frac{23}{18}b^4 - 9\frac{23}{24}b^3 - \frac{7}{4}b^2 + 29\frac{17}{55}b - 10\frac{7}{24}) \end{array}$$

[illegible]

$$\begin{aligned} & 20, 13, 05, 21 - 0, 44, 20 + 7, 60, 21 - 20^3 \\ & + 2, 8, 20 - 5, 04, 21 - 0, 30^3 \\ & - (2, 4, 20 - 1, 3, 20^2 + 8, 01, 21 - 0, 00, 10^3) \\ & - (0, 8, 10 - 0, 3, 20^2 + 0, 14, 00^3) \end{aligned}$$

8. Multiplikation der Potenzen.

Das Product zweier oder mehrerer Potenzen mit einander selbst wird erhalten, wenn man die Exponenten um ihre Grundzahlen multipliziert, ein Beispiel ohne Einschränkung läßt. z. B.

$$a^2 \cdot a^4 = a^{2+4} = a^6;$$

$$\text{Denn: } a^2 \cdot a^4 = aa \cdot aaaa = aaaaaa = a^6;$$

9. Aufgeleben.

$$1, 3a^4 \cdot 5a^8 = 15a^{12}$$

$$2, 4a^6 \cdot 3a^8 \cdot 2a = 24a^{6+8+1} = 24a^{15};$$

$$3, \frac{3}{4}a^2b^4c^5 \cdot \frac{5}{2}a^3b^2c^4d^4 = \frac{15}{8}a^5b^6c^9d^4;$$

$$4, 2a^2b^5 \cdot 6a^3b^4 \cdot 5a^3b^2 = 60a^{14}b^{11};$$

$$5, \frac{3}{4}a^5b^3c^2 - \frac{2}{3}a^2b^4c^5 = -\frac{1}{12}a^3b^7c^3;$$

$$6, -a^{m-n} \cdot 2a^{n-r} \cdot a^{r-s} = -\frac{2a^m}{a^s};$$

$$7, a^{-m} \cdot 3a^3y^2 \cdot 5a^{ny/n}z^3 =$$

$$8, a^m \cdot a = a^{m+1}; a^m \cdot a \cdot a = a^{m+1};$$

$$9, a^{-m} b^p c^q \cdot a^n b^r c^s \cdot a^{n+m} b^p = a^{2n} b^{p+r+1} c^{q+s};$$

$$-13a^{-1}c^{-3} - 4a^{-3}b^{-6}c^2 = -\frac{52}{a^4b^6c};$$

$$10, (9a^2bc + 21ab^3 - 17b^3c) / 31a^4c^2 = \frac{279a^6bc^3 + 651a^5b^3c^2 - 527a^4b^3c^3}{31a^4c^2};$$

$$11, (\frac{2}{5}a^2x - \frac{5}{9}a^2y - \frac{2}{3}a^2z) / 7xyz = 4\frac{1}{5}a^2xyz^2 - 5\frac{4}{9}a^2y^2z - 4\frac{2}{3}a^2yzy^2;$$

$$12, (-\frac{5}{6}mn + \frac{3}{8}mp - \frac{11}{12}np) / 24mnp = -\frac{20m^2n^2p + 9m^2np^2 - 22mn^2p^2}{24mnp};$$

$$13, (\frac{a^3}{c^2} - \frac{a^2}{bc} + \frac{xyz}{c^2}) \cdot \frac{b^2c^2}{a} = a^2c^2 - abc + \frac{xyzb^2}{a};$$

$$14, (\frac{2a^2}{3bc} - \frac{5b^2}{18ac} - \frac{c^2}{12ab}) \cdot \frac{6}{7}abc = \frac{4a^3}{7} - \frac{5b^3}{21} - \frac{1c^3}{14};$$

$$15, \frac{12abc}{19d^2} (\frac{15a^3}{16b^2c} + \frac{19b^2c}{20ad^2} - \frac{29a^2b}{30cd^2}) = \frac{180a^4}{304bd^2} + \frac{3b^3c^2}{5d^4} - \frac{348a^3b^2}{540d^3};$$

$$\begin{array}{r} 16. (a+b) \\ \cdot (a+b) \\ \hline \end{array}$$

$$a^2 + ab + ab + b^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2;$$

$$\begin{array}{r} (a+b) \\ \cdot (a-b) \\ \hline \end{array}$$

$$a^2 + \cancel{ab} - \cancel{ab} - b^2$$

$$a^2 - b^2;$$

$$\begin{array}{r} (a^2 - ab + b^2) \\ \cdot (a+b) \\ \hline \end{array}$$

$$a^3 - \cancel{a^2b} + \cancel{ab^2} + \cancel{a^2b} + \cancel{ab^2} + b^3$$

$$a^3 + 2ab^2 + b^3$$

$$\begin{array}{r} (a^2 + ab + b^2) \\ \cdot (a-b) \\ \hline \end{array}$$

$$a^3 + \cancel{a^2b} + \cancel{ab^2} - \cancel{a^2b} - \cancel{ab^2} - b^2$$

$$a^3 - b^2$$

$$\begin{array}{r} (a^3 - a^2b + ab^2 - b^3) \\ \cdot (a+b) \\ \hline \end{array}$$

$$a^4 - \cancel{a^3b} + \cancel{a^2b^2} - \cancel{ab^3} + \cancel{a^3b} - \cancel{a^2b^2} + \cancel{ab^3} - b^4$$

$$a^4 - b^4;$$

$$(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4) \cdot (a - b)$$

$$\begin{array}{r} a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 \\ - a^4b - a^3b^2 - a^2b^3 - ab^4 - b^5 \\ \hline \end{array}$$

$$a^5 - b^5;$$

$$18. (a+b-c) \cdot (a-b+c)$$

$$\begin{array}{r} a^2 + ab - ac - b^2 + bc \\ - ab + ac + bc - c^2 \\ \hline a^2 - b^2 + 2bc - c^2 \end{array}$$

$$18. (a^4 - b + c^2) \cdot (a^3 - b^2 - 3c)$$

$$\begin{array}{r} a^7 - a^3b + a^3c^2 - a^4b^2 + b^3 - b^2c - a^3c \\ + b^3c - 3c^3; \end{array}$$

$$19. (a^2 - 2bc + c^2) \cdot (a^2 - 4bc + c^2)$$

$$\begin{array}{r} a^4 - a^2 2bc + a^2 c^2 + 8b^2 c^2 - 4bc^3 \\ - a^4 4bc + a^2 c^2 - 2bc^3 + c^4 \\ \hline \end{array}$$

$$a^4 - 2a^2bc + 2a^2c^2 + 8b^2c^2 - 6bc^3 + c^4;$$

$$20, (a^2 - 2bc + c^2) \\ \cdot (a^2 + 4bc + c^2)$$

$$a^4 - a^2 2bc + a^2 c^2 - 8b^2 c^2 + 4bc^3 \\ + a^2 4bc + a^2 c^2 - 2bc^3 + c^4$$

$$a^4 + 2abc + 2a^2 c^2 - 8b^2 c^2 + bc^3 + c^4;$$

$$21, (5a^2 - 4ab - 3b^2) \\ \cdot (3a^2 + 4ab - 2b^2)$$

$$15a^4 - 21a^3 b - 9a^2 b^2 \\ + 20a^3 b - 18a^2 b^2 - 12ab^3 \\ - 10a^2 b^2 + 14ab^3 + 6b^4$$

$$15a^4 - a^3 b - 47a^2 b^2 + 2ab^3 + 6b^4;$$

$$22, (2a^3 - 5a^2 b + 8ab^2 - 11b^3) \\ \cdot (3a^2 + 5ab + 7b^2)$$

$$6a^5 - 15a^4 b + 24a^3 b^2 - 33a^2 b^3 \\ + 10a^4 b - 25a^3 b^2 + 40a^2 b^3 - 55ab^4 \\ + 40a^3 b^2 - 35a^2 b^3 + 56ab^4 - 77b^5$$

$$6a^5 - 5a^4 b - 13a^3 b^2 + 28a^2 b^3 + ab^4 - 77b^5;$$

$$23, (x^2 + x - 1)$$

$$: (x^2 - x - 1)$$

$$\begin{array}{r} x^4 + x^3 - x^2 \\ - x^3 - x^2 + x \\ \hline - x^2 - x + 1 \end{array}$$

$$x^4 - 3x^2 + 1,$$

$$24, (1 - 2x + x^2)$$

$$: (1 - 3x + 3x^2 - x^3)$$

$$\begin{array}{r} 1 - 2x + x^2 \\ - 3x + 6x^2 - 3x^3 \\ \hline + 3x^2 - 6x^3 + 3x^4 \\ - x^3 + 2x^4 - x^5 \end{array}$$

$$1 - 3x + 3x^2 - 10x^3 + 5x^4 - x^5,$$

$$25, (x^3 - x^2 - 2x + 1)$$

$$: (x^3 + x^2 - 2x - 1)$$

$$\begin{array}{r} x^6 - x^5 - 2x^4 + x^3 \\ + x^5 - x^4 - 2x^3 + x^2 \\ \hline - 2x^4 + 2x^3 + 4x^2 - 2x \\ - x^3 + x^2 + 2x - 1 \end{array}$$

$$x^6 - 5x^4 + 6x^2 - 1;$$

$$26, (x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) \\ \cdot (x - y)$$

$$\cancel{x^5} + \cancel{x^4y} + \cancel{x^3y^2} + \cancel{x^2y^3} + \cancel{xy^4} \\ - \cancel{x^4y} - \cancel{x^3y^2} - \cancel{x^2y^3} - \cancel{xy^4} - y^5$$

$$x^5 - y^5;$$

$$27, (x^4 + x^3 - 3x^2 - 2x + 1) \\ \cdot (x^4 - x^3 - 3x^2 + 2x - 1)$$

$$x^8 + x^7 - 3x^6 - 2x^5 + x^4 \\ - x^7 - x^6 + 3x^5 + 2x^4 - x^3 \\ - 3x^6 - 3x^5 + 9x^4 + 6x^3 + 3x^2 \\ + 2x^5 + 2x^4 - 6x^3 - 4x^2 + 2x \\ - x^4 - x^3 + 3x^2 + 2x - 1$$

$$x^8 - x^6 + 15x^4 - 10x^2 - 1;$$

$$28, (x^5 - x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 3x - 1) \\ \cdot (x^5 + x^4 - 4x^3 - 3x^2 + 3x + 1)$$

$$x^{10} - x^9 - 4x^8 + 3x^7 + 3x^6 - x^5 \\ + x^9 - x^8 - 4x^7 + 3x^6 + 3x^5 - x^4 \\ - 4x^8 + 4x^7 + 16x^6 + 8x^5 - 12x^4 + 4x^3 \\ - 3x^7 + 3x^6 + 12x^5 - 9x^4 - 9x^3 + 3x^2 \\ + 3x^6 - 3x^5 - 12x^4 - 9x^3 + 9x^2 - 3x \\ + x^5 - x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 3x - 1;$$

$$x^{10} - 9x^8 - 28x^6 - 35x^4 + 15x^2 - 1;$$

$$29, (2a^4 + 5a^3b - a^2b^2 + 4ab^3) \\ (3a^2 + 8ab - b^2)$$

$$6a^6 + 15a^5b - 3a^4b^2 + 12a^3b^3 \\ + 16a^2b^4 + 40a^4b^2 - 8a^3b^3 + 32a^2b^4 \\ - 2a^4b^2 - 5a^3b^3 + a^2b^4 - 4ab^5$$

$$6a^6 + 31a^5b + 35a^4b^2 + a^3b^3 + 33a^2b^4 - 4ab^5$$

$$30, (a^r + 3b^r) \\ (8a^r - b^n)$$

$$48a^{2r} + 24a^rb^n - 6a^rb^n - 6b^{r+n} \\ \neq 24$$

36

$$36/a^{100n-10} - 5a^{8n-8} + 10a^{6n-6} - 10a^{4n-4} + 5a^{2n-2} - 1$$

$$\cdot \sqrt{3a^{4n+6} - 6a^{2n+8} + 3a^{10}}$$

$$3a^{14n-4} - 15a^{12n-2} + 30a^{10n} - 30a^{8n+2} + 18a^{6n+8} - 3a^{4n+8}$$

$$- 6a^{12n-2} + 30a^{10n} - 60a^{8n+2} + 30a^{6n+8} - 30a^{4n+6} + 6a^{2n+8}$$

$$+ 3a^{10n} - 15a^{8n+2} + 30a^{6n+8} - 30a^{4n+6} + 6a^{2n+8} - 3a^{10}$$

$$3a^{14n-4} - 11a^{12n-2} + 63a^{10n} - 105a^{8n+2} + 105a^{6n+8} - 63a^{4n+6} + 20a^{2n+8} - 3a^{10}$$

$$32/a^3 - 3a^2 - 2a^3 + 3a - 6^4 - 46^5$$

$$\cdot \sqrt{3a^4 - 16^3}$$

$$-7a^2 - 4a^3 + 21a - 3a^8 - 21a - 2a + 28a^2 - 16^2 = \frac{7}{a^4} + \frac{21}{a^3} + \frac{21}{a^2} + \frac{28}{a}$$

$$33, \sqrt[3]{\frac{2}{3}x^3 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}$$

$$2x^2 + \frac{4}{9}x^2 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x^2$$

$$- \frac{1}{10}x^2 - \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x^2$$

$$+ \frac{1}{10}x^2 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x^2$$

$$\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{7}x^2 + \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{10}x^2$$

$$34\sqrt{\frac{2}{3}}a^2 - \frac{5}{3}a^2b + \frac{5}{3}ab^2 - \frac{2}{3}b^3$$

$$\sqrt{\frac{4}{3}}a^3 - \frac{2}{3}ab^2 + \frac{4}{3}b^3$$

$$2a^2 - \frac{8}{15}a^2b^2 + \frac{44}{9}a^2b^3 - a^3b^4$$

$$- a^5b^1 + \frac{13}{9}a^3b^4 - \frac{22}{9}a^2b^5 + \frac{2}{3}ab^6$$

$$+ \frac{5}{3}a^6b^3$$

$$- \frac{8}{15}a^2b^5 + \frac{44}{15}ab^6 - \frac{2}{5}b^7$$

$$2a^2 - \frac{18}{15}a^2b^1 + \frac{284}{45}a^2b^2 - \frac{22}{15}a^2b^3 - \frac{622}{225}a^2b^5 + \frac{103}{30}ab^6 - \frac{2}{5}b^7$$

$$35\sqrt{\frac{3}{2}}a^3b^2 - \frac{2}{3}a^2b^2 - \frac{1}{4}a - \frac{5}{8}b$$

$$\sqrt{\frac{5}{3}}a^2b^2 - \frac{2}{3}a^2b^2 + \frac{1}{6}a - \frac{2}{3}b^3$$

$$2\frac{1}{2}a^2b^2 - \frac{10}{9}ab^2 + \frac{5}{12}ab^2 - \frac{25}{24}a^2b^2$$

$$- \frac{2}{9}ab^2 + ab^2 - \frac{2}{9}a^2b^2 + \frac{15}{16}a^2b^3$$

$$+ \frac{3}{12}ab^2 - \frac{1}{4}a^2b^2 + \frac{1}{24}a^2b^3 - \frac{5}{48}a^2b^4$$

$$2\frac{1}{2}a^2b^2 - \frac{121}{26}a + \frac{12}{3}b - \frac{119}{56}a^2b^2 + \frac{98}{48}a^2b^3 - \frac{5}{48}a^2b^4$$

$$\frac{38}{5} \sqrt[3]{2a^3} - \frac{3a^2}{44} + \frac{6a}{5} - \frac{8}{3} + \frac{4}{9} \sqrt[3]{\frac{26}{9}}$$

$$\left(\frac{3a^2}{52} - \frac{2a}{32} - \frac{4}{5} \right)$$

$$\frac{6a^5}{254} - \frac{9a^4}{2043} + \frac{18a^3}{2542} - \frac{8a^2}{54} + \frac{4a}{15}$$

$$- \frac{4a^4}{1543} + \frac{2a^3}{242} - \frac{12a^2}{242} + \frac{4a}{54} + \frac{16a}{9} - \frac{8}{27}$$

$$- \frac{1543}{1221} + \frac{242}{1221} + \frac{1543}{1221} - \frac{2}{32} + \frac{101}{32} - \frac{3}{54}$$

$$\frac{6a^5}{254} - \frac{43a^4}{6043} + \frac{18a^3}{2542} - \frac{118a^2}{8048} + \frac{26}{90} + \frac{87}{27} - \frac{266}{99}$$

$$\frac{39}{4} \sqrt[3]{4a^3} + \frac{5a^3}{4a^2} - \frac{6a^4}{5a^2}$$

$$\left(\frac{3a}{5a^3} - \frac{2a^2}{1a^2} - \frac{8a}{5a} \right)$$

$$\frac{10a^2}{9} + \frac{25a}{24} - \frac{30a^2}{5a^2} + \frac{4a^3}{5a^2} + \frac{48a^4}{2542}$$

$$- \frac{2a}{9} - \frac{2a^2}{32} - \frac{2a}{42} + \frac{48a^4}{2542}$$

$$\frac{10a^2}{9} + \frac{11a}{24} - \frac{119a^2}{2671} - \frac{6a}{5a} + \frac{48a^4}{2542}$$

Division der Potenzen.

a, Gleiche Potenzen in dividendum und divisor haben, so vertheilt sich.

$$4^3 : 4^3 = 1$$

$$6a^2 : 6a^2 = 1$$

b, Wenn gleichförmige oder ungleichförmige Potenzen dividirt werden, so dividiren die Coefficienten, befolten die Exponenten systematisch abnehmen bei, und subtrahiren die Exponenten des Divisors von dem Exponenten des Dividends.

$$\text{1. z. B. } 6a^4 : 2a^3 = 3a^{4-3} = 3a$$

$$\text{Wenn: } 6a^4 : 2a^3 = \frac{6a^4}{2a^3} = \frac{6 \cdot aaaa}{2aaa} = 3a.$$

$$2, 8a^5 : 3a^2 = \frac{8}{3} a^{5-2} = \frac{8}{3} a^3;$$

c, Wenn ungleichförmige Potenzen dividirt werden, so dividiren die Coefficienten und abnehmen, und befolten die Exponenten systematisch abnehmen bei.

$$3. \text{ L. } 6a^3 : 2b^3 = \frac{6a^3}{2b^3} = 3 \frac{a^3}{b^3} = 3 \left(\frac{a}{b} \right)^3;$$

$$7x^5 : 3y^5 = \frac{7x^5}{3y^5} = \frac{7}{3} \left(\frac{x}{y} \right)^5;$$

$$ax^m : by^m = \frac{ax^m}{by^m} = \frac{a}{b} \left(\frac{x}{y} \right)^m;$$

d, die nullte Potenz immer jedem Zahl ist gleich Eins. z. L. $a^0 = 1$.

e, Jede negative Potenz ist gleich einem Bruch, dessen Zähler 1, und dessen Nenner dieselbe Potenz mit positiver Exponenten ist.

Es ist $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$;

$$1, a^3 : a^2 = a; a^m : a^n = a^{m-n};$$

$$a^2 : a^5 = a^{-3}; 12a^4 : 4a^2 = 3a^2;$$

$$a^3 : a^{-2} = a^5; a^{-3} : a^2 = a^{-5} = \frac{1}{a^5};$$

$$a^{-3} : a^{-1} = a^{-2}; a^m : a^{-n} = a^{m+n};$$

$$a^{-m} : a^n = a^{-m-n}; a^{-m} : a^{-n} = a^{-m-(-n)} = a^{-m+n};$$

$$2, a^m : a = a^{m-1}; a^{m-1} : a = a^{m-2};$$

$$b^m : a^n = \frac{b^m}{a^n}; 12a^7 : 4a^2 = 3a^5$$

$$12a^7 : 3a^{-4} = 4a^{11}; 12a^{-m} : 3a = 4a^{-m-1};$$

$$ca^{18} : da^{-6} = \frac{ca^{24}}{d}; a : b^{-r} = \frac{a}{b^{-r}};$$

$$3, 2a^3 : 3b^3 = \frac{2}{3} \left(\frac{a}{b} \right)^3;$$

$$ma^3 : nb^3 = \frac{m}{n} \left(\frac{a}{b} \right)^3;$$

$$a^r : b^r = \frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b} \right)^r;$$

$$2a^r : b^r = 2 \left(\frac{a}{b} \right)^r;$$

$$am : 2b^m = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{b} \right)^m;$$

$$2a^m : 3b^m = \frac{2}{3} \left(\frac{a}{b} \right)^m;$$

$$ra^m : sb^m = \frac{r}{s} \left(\frac{a}{b} \right)^m;$$

$$4, (a+b)^m : a^m = 1 + \left(\frac{b}{a} \right)^m;$$

$$5, (a-b)^m : a^m = \frac{(a-b)^m}{a^m} = 1 - \left(\frac{b}{a} \right)^m;$$

$$6, (9a^4 - 4b^4) : (3a^2 - 2b^2) = 3a^2 + 2b^2;$$

$$7, (bc^3 - c^3a) : (b-a) = c^3;$$

$$8, (a^3 + a^2b - ab^2 - b^3) : (a-b) = a^2 + ab + b^2;$$

$$\begin{array}{r} a^3 - a^2b \\ 2a^2b - ab^2 - b^3 \\ 2a^2b - 2ab^2 \\ \hline ab^2 - b^3 \\ ab^2 - b^3 \\ \hline \end{array}$$

$$9. (a^4 - 2a^2b^2 + b^4) : (a^2 - b^2) = a^2 - b^2;$$

$$\begin{array}{r} a^4 - 2a^2b^2 \\ - a^2b^2 + b^4 \\ \hline - a^2b^2 + b^4 \end{array}$$

$$10. (6a^3 - 15a^2b + 9ab^2) : (2a^2 - 3ab) = 3a - 3b;$$

$$\begin{array}{r} 6a^3 - 9a^2b \\ - 6a^2b + 9ab^2 \\ \hline - 6a^2b + 9ab^2 \end{array}$$

$$11. (a^5b^2 - a^3b^3 - 3a^2b^6 + a^2b^4 + 3ab^7 - b^5) : (a^2b^2 - b^3) = a^3 - 3ab^4 + b^2;$$

$$\begin{array}{r} a^5b^2 - a^3b^3 \\ - 3a^3b^6 + a^2b^4 + 3ab^7 - b^5 \\ - 3a^3b^6 \qquad + 3ab^7 \\ \hline + a^2b^4 - b^5 \\ + a^2b^4 - b^5 \end{array}$$

$$12. (y^6 - z^6) : (y - z) = y^5 + y^4z + y^3z^2 + y^2z^3 + yz^4 + z^5;$$

$$\begin{array}{r} y^6 - y^5z \\ - y^6 + y^5z \\ \hline + y^5z - y^4z^2 \\ + y^4z^2 - y^3z^3 \\ + y^4z^2 \qquad - y^3z^3 \\ \hline + y^3z^3 - y^2z^4 \\ + y^3z^3 \qquad - y^2z^4 \end{array}$$

$$13, 12a^4b^{-8}c^3: 3a^2b^{-3}c^5d^{-4} = 4a^2b^{-5}c^{-2}d^4 = \frac{4a^2d^4}{c^5c^2}i$$

$$14, \frac{2}{3}x^{-3}y^2z^{-1}: \frac{3}{4}x^{-1}y^{-3}z^5 = \frac{2}{9}x^{-2}y^5z^{-6} = \frac{2y^5}{9x^2z^6}i$$

$$15, (a^2 - b^2):(a - b) = a + b;$$

$$\begin{array}{r} a^2 - ab \\ ab - b^2 \\ \hline a^2 - b^2 \end{array}$$

$$16, (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3):(a + b) = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$\begin{array}{r} a^3 + a^2b \\ 2a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ 2a^2b + 2ab^2 \\ \hline ab^2 + b^3 \\ ab^2 + b^3 \\ \hline \end{array}$$

$$17. (a^2 - 2ad - b^2 + d^2) : (a + b - d) = a - b - d;$$

$$\begin{array}{r} a^2 - 2ad - b^2 + d^2 \\ + ab \\ \hline -ab - ad - b^2 + d^2 \\ -ab - b^2 + bd \\ \hline -ad + d^2 - bd \\ -ad + d^2 - bd \\ \hline \end{array}$$

$$18. (a^3 - b^3) : (a - b) = a^2 + ab + b^2$$

$$\begin{array}{r} a^3 - a^2b \\ \hline + a^2b - b^3 \\ + a^2b - ab^2 \\ \hline + ab^2 - b^3 \\ + ab^2 - b^3 \\ \hline \end{array}$$

$$19. (a^2 - b^2 - 2ac + c^2) : (a - b - c) = a + b - c$$

$$\begin{array}{r} a^2 - ab - ac \\ \hline + ab - b^2 - ac + c^2 \\ + ab - b^2 - c^2 \\ \hline - ac + cb + c^2 \\ - ac + cb + c^2 \\ \hline \end{array}$$

$$20. (9a^4 - 4b^4) : (3a^2 - 2b^2) = 3a^2 + 2b^2;$$

$$\begin{array}{r} 9a^4 \quad - 6a^2b^2 \\ \hline \end{array}$$

$$+ 6a^2b^2 - 4b^4$$

$$\begin{array}{r} + 6a^2b^2 - 4b^4 \\ \hline \end{array}$$

$$21. (21a^2 - 83ab - 27a + 22b^2 + 99b) : (3a - 11b) = 7a - 2b - 9;$$

$$\begin{array}{r} 21a^2 - 87ab \\ \hline \end{array}$$

$$- 6ab - 27a + 22b^2 + 99b$$

$$\begin{array}{r} - 6ab \quad + 22b^2 \\ \hline \end{array}$$

$$- 27a + 99b$$

$$\begin{array}{r} - 27a + 99b \\ \hline \end{array}$$

$$22. (3a^2 - ab + \frac{48}{2}ac - 10b^2 + 52bc - \frac{63}{2}c^2) : (a - 2b + 9c) = 3a + 5b - \frac{7}{2}c;$$

$$\begin{array}{r} 3a^2 - 6ab + 24ac \\ \hline \end{array}$$

$$+ 5ab - \frac{7}{2}ac - 10b^2 + 52bc - \frac{63}{2}c^2$$

$$\begin{array}{r} + 5ab \quad - 10b^2 + 45bc \\ \hline \end{array}$$

$$- \frac{7}{2}ac + 7bc - \frac{63}{2}c^2$$

$$\begin{array}{r} - \frac{7}{2}ac + 7bc - \frac{63}{2}c^2 \\ \hline \end{array}$$

$$23. \sqrt{15a^3 - 14a^2b + 24ab^2 - 7b^3} : \sqrt{3a - b} = 5a^2 - 3ab + 4b^2$$

$$15a^3 - 5a^2b$$

$$-9a^2b + 24ab^2 - 7b^3$$

$$-9a^2b + 3ab^2$$

$$21ab^2 - 7b^3$$

$$21ab^2 - 7b^3$$

$$24. \sqrt{\frac{3}{2}a^2 - \frac{17}{4}ab + \frac{107}{12}ac^2 + 10b^2 - \frac{83}{3}bc^2 - 2c^4} : \sqrt{\frac{3}{4}a - b + 6c^2} =$$

$$\frac{3}{2}a^2 - \frac{13}{4}ab + 9ac^2$$

$$\frac{3}{2}a - 5b - \frac{1}{3}c^2$$

$$-\frac{5}{4}ab - \frac{1}{12}ac^2 + 10b^2 - \frac{83}{3}bc^2 - 2c^4$$

$$-\frac{5}{4}ab + 10b^2 - 50bc^2$$

$$-\frac{1}{12}ac^2 + \frac{2}{3}bc^2 - 2c^4$$

$$-\frac{1}{12}ac^2 + \frac{2}{3}bc^2 - 2c^4$$

Von dem Ausziehen der Quadrat- wurzel

1, Das Product wird zusammengeführt für die Wurzel
heißt die Wurzelzahl od. die zweite Potenz.
Denn das Product zusammengeführt für die Wurzel
heißt die Wurzelzahl, welche gesucht,
um einmal einen Zahl oder die Wurzel aus-
zusetzen verwenden soll, heißt die Potenz-
angabe. Diese Wurzelüberziehung heißt
dann die zusammengeführte Wurzel, und
dann die Wurzelzahl mit dem die
ist, die Wurzelüberziehung, die Wurzel-
zahl heißt die Wurzel und die
Potenzangabe wird zur Wurzel-
angabe.

$$6^2 = 36, 4^3 = 64$$

$$\sqrt{36} = 6; \sqrt[3]{64} = 4;$$

Wird diese Potenz die Potenz ist, das ist
bei der Wurzel die Wurzel, die
die Wurzel angibt. Diese Wurzel oder
Wurzel, und die Potenzangabe oder
Wurzelangabe.

2, Geben die Zahlen, welche mit einem
Ziffer zusammen verwenden, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,

weist die 2. Potenz, und ferner jede
Höchstzahl. unter der zugehörigen
stehen!

$$1 = 2 = 3 = 4 = 5 = 6 = 7 = 8 = 9 =$$
$$1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, ;$$

Wenn das Quadrat mit einer Ziffer ge-
schrieben wird, so wird fast die Höchstzahl
mit od. zwei Ziffern.

Wird beim Potenzieren die Höchstzahl mit
mit od. zwei Ziffern geschrieben, so soll
mit einer folgen mit od. zwei Ziffern
Höchstzahl die Höchstzahl zu setzen
werden, so ist die Wurzel nur Ziffer.

Soll die Höchstzahl mit einer Ziffer
gesetzt werden, so wissen die Leser
die Wurzel in der Summe, od. in der
Summe und Zahlen des Radikanden ge-
fügt werden.

Wenn nur zwei Ziffern Quadratwurzel
wird, so ist die Höchstzahl 3 od. 4 Ziffern.
Es läßt sich dies leicht erkennen, wenn
man nur die Wurzeln (10) in die ersten
199 zwei Ziffern Zahl zur 2. Potenz setzt.

$$10^2 = 100; 99^2 = 9801.$$

Wird im ersten die Höchstzahl
mit einer Radikanden gesetzt,

das mit 3 od. 4 Ziffern geschrieben wird,
so hat die Anzahl 2 Ziffern.

4, heißt man einen Zahl, wenn mit
3 Ziffern geschrieben wird, z. B. 2. Potenz,
so hat die Stellenwertzahl 5 od. 6 Ziffern.

Man kann sich auch leichter überzeugen
wenn man die Stellen (100) in die
Stellen (999) in die 2. Potenz setzt

$$3. \text{ B. } 100^2 = 10000, 999^2 = 998001;$$

$$1000^2 = 1000000, 9999^2 = 9998001;$$

Es ist auch nicht nötig die Anzahl der
Exponenten, wie viele Ziffern man
Stellenwertzahl setzen kann, wenn
das geschrieben mit 4, 5, 6 Ziffern geschrieben
wird, so ergibt sich allgemein:

Andere Stellenwertzahl hat man auch das
galt so viele Ziffern als ihr Wert,
od. man annimmt.

Darüber heißt sich folgende:

Andere Stellenwertzahl hat man auch das
so viele Ziffern, als die Stellenwertzahl
wenn Stellenwertzahl, od. man
annimmt.

Die die Ziffernzahl man Stellenwertzahl

knist zu erkennen, stellt man die Ziffern
 der Medicin in Klaffen, von der
 Brust an speist die Linke, es gibt
 jeder Klasse 2 Ziffern; die letzte od. fünfte
 Klasse erfüllt bei einem einjährigen Zerst
 mit einem. Die ersten der Würfel sind in
 der ersten Klasse zur Brust, die Zahlen
 in der 2. Klasse, die Hundert in der
 3. Klasse der Medicin u. s. w. zu
 setzen.

So werden Klassen der Medicin fort, so
 werden Ziffern fort die Würfel. Die Klassen
 von einem bis zu hundert absteigend, werden
 von links nach rechts, damit sie nicht
 mit dem Einwirkung von Wasser
 werden z. B.

576 oder 956484.

5. Wenn die Ziffern mit einem Ziffer ge-
 schrieben wird, so ist die Gewichts-
 und die Summeninhalte zu setzen.
6. Wird die Ziffern mit 2 Ziffern geschrieben,
 so besteht die Gewichts- und die Summen-
 der Zahlen + der gegebenen Produkte der

Zusammen in der Summe + dem (Doppelte)
 Vierdrittel der Summe.

Vierdrittel wenn z. B. $12 = (10 + 2)$ so erfüllt man:

$$\begin{array}{r} 10 + 2 \\ 10 + 2 \\ \hline 10^2 + 10 \cdot 2 \\ + 10 \cdot 2 + 2^2 \\ \hline 10^2 + 2(10 \cdot 2) + 2^2 \end{array}$$

Ergebnisse 10 mit L u. 2 mit E in sich den
 Wurf von $(L + E)^2$.

$$\begin{array}{r} L + E \\ L + E \\ \hline L^2 + LE \\ + LE + E^2 \\ \hline L^2 + 2(LE) + E^2 \end{array}$$

Können wir 10 den 1. Spiel u. 2 den 2. Spiel so be-
 steht das Vierdrittel nicht zum richtigen Ergebnis
 und das Vierdrittel des 1. Spiels + dem Doppelten
 werden die ersten Spiels in die Summe,
 + das Vierdrittel des 2. Spiels.

Ergebnisse wenn 10 mit A, u. 2 mit B,
 so erfüllt man:

$$\begin{array}{r}
 a+b \\
 a+b \\
 \hline
 a^2 + a+b \\
 + a+b + b^2 \\
 \hline
 a^2 + 2(a+b) + b^2
 \end{array}$$

Ist die Breite eines Grundstücks 10 cm, in einem soll
 ein Grundstück bilden, dessen Breite = 12 cm; so muß
 die Breite des restlichen Grundstücks noch 2 cm ausgemessen
 werden.

10 cm	2 cm
10 ²	18 cm

1, wieb dem Föndwort dieffen Tüch = 10cm lang.
 2, wieb 2 Tücher, von denen jedes zwei
 Föndwörter 10cm zwei Tücher 2cm lang.

3, wieb dem Föndwort, dieffen Tüch = 2cm lang.

Wie sehen also wieder:

$$10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 2 + 2^2 \text{ oder}$$

$$a^2 + 2ab + b^2.$$

Lesen 125 zwei 2. potenz in. damit weiß, daß die
 Föndwortzahl 1, wieb dem Föndwort der
 Föndwort 2, wieb dem dreyfachen Föndwort
 der Zusatz in die Föndwort, 3, wieb dem Föndwort
 der Zusatz. 4, wieb dem dreyfachen Föndwort der
 der Föndwort der Föndwort in. Zusatz in die Föndwort,
 5, wieb dem Föndwort der Föndwort lastet.

Lesen 125 zwei 10 mit a, 20 mit b, 5 mit c,
 so auf. noch:

$$a + b + c$$

$$a + b + c$$

$$a^2 + ab + ac$$

$$+ ab \quad + b^2 + bc$$

$$+ ac \quad + bc + c^2$$

$$a^2 + 2(ab) + 2(ac) + b^2 + 2(bc) + c^2;$$

Halt die einzelnen Produkte, die umgeben die
 Diagonale 125 best. von einem Quadrat
 umgeben! Das!

$100 + 10 \cdot 5$		5
$100 \cdot 10$	5	10
100^2	$100 + 10$	$100 + 10$
$100 \cdot$		

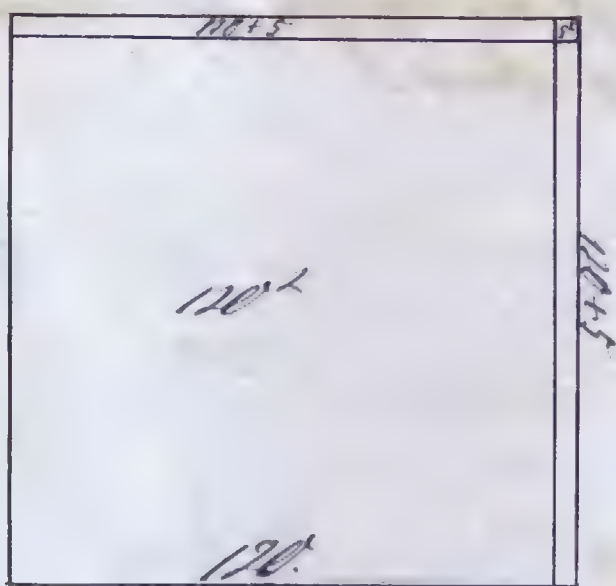
Indem wir 120 als 1. Teil, 5 als 2. Teil,
 so erfüllt man:

$$\begin{array}{r}
 120 + 5 \\
 120 + 5 \\
 \hline
 120^2 + 120 \cdot 5 \\
 + 120 \cdot 5 + 5^2 \\
 \hline
 120^2 + 2(120 \cdot 5) + 5^2
 \end{array}$$

Indem wir $120 = (a+b)$, so ist:

$$\begin{array}{r}
 (a+b)c \\
 (a+b)c \\
 \hline
 (a+b)^2 + (a+b)c \\
 + (a+b)c + c^2 \\
 \hline
 (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2
 \end{array}$$

Es liest sich vñs die durch Zurechnung d'ersollten?



Wenn man die d'ersollte Zahl 125 in. in
beliebigen menschenlichen Zahl selbstwillig,
wie zusammen in. immer bestanden d'ersollten.

$$3. L. 678 = 678 + 88.$$

$$= 670 + 8$$

$$9857 = 9850 + 7.$$

Wenn man d'ersollte die einzelnen Produkte
nicht d'ersollte, dann d'ersollte mit 3, 4, 5 in.
nicht Zahlen d'ersollten wird, aber voll-
kommen d'ersollten kann, in die
Produkte, wie dann eine d'ersollte
besteht, dann d'ersollte mit Zahlen ohne
Zahlen d'ersollten wird, so bestanden
man darf jeden menschenlichen d'ersollten

als immer zweifelhafte.

Es kann dieses auf die Formel

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

als vollkommenes Bild für die Formel
immer jedem zweifelhafte Gleichheit-
zahl betrachtet werden.

$$\text{z. B. } 65234^2 = (65230 + 4)^2 = 65230^2 + 2(65230 \cdot 4) + 4^2.$$

36	30+b	a+b
36	30+b	a+b
716	$30^2 + 30 \cdot b$	$a^2 + ab$
108	$+ 30 \cdot b + b^2$	$+ ab + b^2$
1296	$30^2 + 2(30 \cdot b) + b^2$	$a^2 + 2ab + b^2$

$30^2 = 900$	$a^2 + 2ab + b^2$
$2(30 \cdot b) = 360$	$\sqrt{1296} = 30 + b = 36$
$6^2 = 36$	$900 a^2$
1296	$396 : 60 = 2a$
	$360 = 2ab$
	36
	$36 = b^2$

$\begin{array}{r} 57 \\ 57 \\ \hline 399 \\ 285 \\ \hline 3249 \end{array}$	$\begin{array}{r} 50+7 \\ 50+7 \\ \hline 50^2+50.7 \\ +50.7+7^2 \\ \hline 50^2+2(50.7)+7^2 \end{array}$	$\begin{array}{r} a+b \\ a+b \\ \hline a^2+ab \\ +ab+b^2 \\ \hline a^2+2ab+b^2 \end{array}$
$\begin{array}{l} 50^2 = 2500 \\ 2(50.7) = 700 \\ 7^2 = 49 \\ \hline 3249 \end{array}$	$\begin{array}{l} a^2+2ab+b^2 \\ a+b \\ \hline \sqrt{3249} = 50+7 = 57 \\ 2500 = a^2 \\ 749:100 = 2a \\ 700:2ab \\ 49 \\ 49b^2 \\ \hline \end{array}$	

$\begin{array}{r} 96 \\ 96 \\ \hline 576 \\ 864 \\ \hline 9216 \end{array}$	$\begin{array}{r} 90+6 \\ 90+6 \\ \hline 90^2+90.6 \\ +90.6+6^2 \\ \hline 90^2+2(90.6)+6^2 \end{array}$	$\begin{array}{r} a+b \\ a+b \\ \hline a^2+ab \\ +ab+b^2 \\ \hline a^2+2ab+b^2 \end{array}$
$\begin{array}{l} 90^2 = 8100 \\ 2(90.6) = 1080 \\ 6^2 = 36 \\ \hline 9216 \end{array}$	$\begin{array}{l} a^2+2ab+b^2 \\ a+b \\ \hline \sqrt{9216} = 90+6 = 96 \\ 8100 = a^2 \\ 1116:180 = 2a \\ 1080:2ab \\ 36 \\ 36b^2 \\ \hline \end{array}$	

$\begin{array}{r} 18 \\ 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$	$\begin{array}{r} 10+8 \\ 10+8 \\ \hline 10^2+10 \cdot 8 \\ + 10 \cdot 8 + 8^2 \\ \hline 10^2+2(10 \cdot 8)+8^2 \end{array}$	$\begin{array}{r} a+b \\ a+b \\ \hline a^2+ab \\ + ab+b^2 \\ \hline a^2+2ab+b^2 \end{array}$
---	--	--

$\begin{array}{r} 10^2 = 100 \\ 2(10 \cdot 8) = 160 \\ 8^2 = 64 \\ \hline 324 \end{array}$	$\begin{array}{r} a^2+2ab+b^2 \\ \sqrt{324} = a+b \\ 100 = a^2 \\ 224:20 = 2a \\ 100-2ab \\ 64 \\ 64b^2 \\ \hline \end{array}$
--	--

$\begin{array}{r} 23 \\ 23 \\ \hline 46 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$	$\begin{array}{r} 20+3 \\ 20+3 \\ \hline 20^2+20 \cdot 3 \\ + 20 \cdot 3 + 3^2 \\ \hline 20^2+2(20 \cdot 3)+3^2 \end{array}$	$\begin{array}{r} a+b \\ a+b \\ \hline a^2+2ab \\ + 2ab+b^2 \\ \hline a^2+2ab+b^2 \end{array}$
--	--	--

$\begin{array}{r} 20^2 = 400 \\ 2(20 \cdot 3) = 120 \\ 3^2 = 9 \\ \hline 529 \end{array}$	$\begin{array}{r} a^2+2ab+b^2 \\ \sqrt{529} = a+b \\ 400 = a^2 \\ 129:40 = 2a \\ 120 = 2ab \\ 9 \\ 9b^2 \\ \hline \end{array}$
---	--

$$\begin{array}{r} 39 \\ 39 \\ \hline 351 \\ 117 \\ \hline 1521 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30+9 \\ 30+9 \\ \hline 30^2+30\cdot 9 \\ +30\cdot 9+9^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a+b \\ a+b \\ \hline a^2+ab \\ +ab+b^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30^2+2(30\cdot 9)+9^2 \\ a^2+2ab+b^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30^2 = 900 \\ 2(30\cdot 9) = 540 \\ 9^2 = 81 \\ \hline 1521 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a^2+2ab+b^2 \\ \sqrt{1521} = a+b \\ 900 = a^2 \\ 540 = 2ab \\ 81 = b^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40+5 \\ 40+5 \\ \hline 40^2+40\cdot 5 \\ +40\cdot 5+5^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a+b \\ a+b \\ \hline a^2+ab \\ +ab+b^2 \end{array}$$

$$40^2+2(40\cdot 5)+5^2$$

$$a^2+2ab+b^2$$

$$\begin{array}{r} 40^2 = 1600 \\ 2(40\cdot 5) = 400 \\ 5^2 = 25 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{2025} = a+b \\ 1600 = a^2 \\ 400 = 2ab \\ 25 = b^2 \\ \hline \end{array}$$

59	$50+9$	$a+b$
59	$50+9$	$a+b$
531	$50^2+50\cdot 9$	a^2+ab
295	$+50\cdot 9+9^2$	$+ab+b^2$
3481	$50^2+2(50\cdot 9)+9^2$	$a^2+2ab+b^2$

$50^2 = 2500$	$a^2+2ab+b^2$
$+2(50\cdot 9) = 900$	$\sqrt{3481} = 50+9 = 59$
$9^2 = 81$	$2500 = a^2$
3481	$981 \div 100 = 2a$
	$900 = 2ab$
	$81 = b^2$

64	$60+4$	$a+b$
64	$60+4$	$a+b$
384	$60^2+60\cdot 4$	a^2+ab
4096	$+60\cdot 4+4^2$	$+ab+b^2$
	$60^2+2(60\cdot 4)+4^2$	$a^2+2ab+b^2$

$60^2 = 3600$	$a^2+2ab+b^2$
$2(60\cdot 4) = 480$	$\sqrt{4096} = 60+4 = 64$
$4^2 = 16$	$3600 = a^2$
4096	$496 \div 120 = 2a$
	$480 = 2ab$
	$16 = b^2$

$$\begin{array}{r}
 76 \\
 76 \\
 \hline
 456 \\
 532 \\
 \hline
 5776
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 70+6 \\
 70+6 \\
 \hline
 70^2+70.6 \\
 +70.6+b^2 \\
 \hline
 70^2+2(70.6)+b^2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 a+b \\
 a+b \\
 \hline
 a^2+ab \\
 +ab+b^2 \\
 \hline
 a^2+2ab+b^2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 70^2 = 4900 \\
 2(70.6) = 840 \\
 6^2 = 36 \\
 \hline
 5776
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 a^2+2ab+b^2 \\
 \sqrt{5776} = 70+6 = 76 \\
 4900 = a^2 \\
 840 = 2a \\
 36 = b^2 \\
 \hline
 76
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 87 \\
 87 \\
 \hline
 609 \\
 696 \\
 \hline
 7569
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 80+7 \\
 80+7 \\
 \hline
 80^2+80.7 \\
 +80.7+7^2 \\
 \hline
 80^2+2(80.7)+7^2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 a+b \\
 a+b \\
 \hline
 a^2+ab \\
 +ab+b^2 \\
 \hline
 a^2+2ab+b^2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 80^2 = 6400 \\
 2(80.7) = 1120 \\
 7^2 = 49 \\
 \hline
 7569
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 a^2+2ab+b^2 \\
 \sqrt{7569} = 80+7 = 87 \\
 6400 = a^2 \\
 1120 = 2a \\
 49 = b^2 \\
 \hline
 87
 \end{array}$$



